УДК 66.047.57

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СУШКИ В БАРАБАННОЙ СУШИЛКЕ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ПРОДОЛЬНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ СУШИЛЬНОГО АГЕНТА

© 2010 г. ***Ю.Ю. Михайлов, В.А. Лабутин, И.Н. Быков, А.Ю. Михайлов***

Владимирский государственный университет,
ул. Горького, 87, г. Владимир, 600000,
rector@vpti.vladimir.ru

Vladimir State University,
Gorky St., 87, Vladimir, 600000,
rector@vpti.vladimir.ru

Предложено математическое описание влияния продольного перемешивания сушильного агента на процесс сушки в барабанной сушилке и способ решения его численным методом.

Ключевые слова: *конвективная сушка, барабанная сушилка, диффузионная модель, продольное перемешивание, сушильный агент.*

Mathematical description of the impact of longitudinal stirring the drying agent upon the process of drying in drum drier has beer giver. The digital method of its solution has been presented.

Keywords: *convection drying, drum drier, diffusion model, longitudinal, stirring and drying agent.*

Процесс сушки зависит от характера движения сушильного агента по аппарату. Вид уравнений материального и теплового баланса в потоке определяется характером движения среды. В промышленных аппаратах этот характер движения чрезвычайно сложен, не поддается точному математическому описанию, и поэтому картину течения отображают различными гидродинамическими моделями [1].

Разработанные к настоящему времени модели структуры потоков в аппаратах являются достаточно простыми, и хотя носят полуэмпирический характер, позволяют получать модели, с определенной точностью отражающие реальный физический объект.

При рассмотрении большинства процессов химической технологии чаще всего используют модель идеального вытеснения, которая не всегда близка к реальному процессу, для которого ее используют. Для более точного выбора модели необходимо правильно оценить физическую картину движения и соответственно структуру потока в конкретном аппарате.

В барабанной сушилке процессы тепло- и массообмена (влагообмена) зависят от ее конструктивных характеристик (размеров, числа и профиля лопаток и т.д.), технологических параметров (числа оборотов барабана, угла наклона аппарата, расхода, температуры и влагосодержания воздуха и материала) и свойств материала.

При анализе движения сушильного агента и материала в исследуемом аппарате конструктивные характеристики его считают неизменными [1], и так как рассматривается установившийся режим, параметры процесса в каждом сечении барабана также считаются постоянными.

Оценивая картину движения сушильного агента в барабанной сушилке, следует отметить, что она имеет хаотический характер. Это связано с турбулентностью течения и стохастической закономерностью торможения отдельных макрообъемов потока пересыпающимися внутри барабана частицами материала. Хаотичность движения имеет место по длине барабана, в том числе могут наблюдаться составляющие скорости с направлением, противоположным движению всего потока. Такой характер течения имеет определенную аналогию с картиной хаотичного движения отдельных молекул, представляемой в молекулярно-кинетической теории газов [2]. В этой теории такое движение оценивается коэффициентом молекулярной диффузии, используя первый закон Фика, т.е. принимая диффузионную модель движения сушильного агента в барабане сушилки, вводим допущение, что структура потока описывается уравнением, аналогичным уравнению молекулярной диффузии.

Параметром модели является коэффициент, аналогичный коэффициенту молекулярной диффузии, который в теории процессов химической технологии называется коэффициентом продольного перемешивания, или коэффициентом обратного перемешивания. Так как сушильный барабан по длине имеет различные насадки, материал в различных частях аппарата обладает различными свойствами, сыпучесть его по длине значительно меняется – коэффициент продольного перемешивания по длине сушилки может быть непостоянен. Ввиду этого считают [3], что диффузионные модели для таких случаев недостаточно точно отображают физическую сущность процесса. Чтобы учесть меняющуюся неоднородность потока по длине сушилки, разделим весь аппарат на части, считая коэффициент продольного перемешивания в каждой части постоянным. Следовательно, необходимо знать параметры продольного перемешивания на отдельных участках. Рассмотрим схему модели, представляющую собой ограниченный канал (аппарат), состоящий из N зон с различной интенсивностью продольного перемешивания. Учитывая наличие подобия между массообменными и тепловыми процессами, полагаем, что в тепловых процессах аналогом коэффициента продольного перемешивания ($\lambda_П$) является коэффициент теплопроводности (λ).

Запишем уравнение для количества тепла, вносимого в бесконечно малый элемент длиной dx и площадью сечения S за время $d\tau$:

$$dQ_{ТЕПЛ}^{ВХ} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} S d\tau , \qquad (1)$$

где Q – количество тепла, Дж; t – температура, °С; x – длина, м; S – площадь поперечного сечения, м^2; τ – время, с.

Количество тепла, уходящего из элемента за счет теплопроводности: $dQ_{ТЕПЛ}^{ВЫХ} = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx \right) S d\tau$.

Количество тепла, входящего в этот элемент с сушильным агентом: $dQ_{КОНВ}^{ВХ} = mct_{ВХ} d\tau$, где m – производительность, кг/с; C – теплоемкость, Дж/(кг·К). Тогда количество тепла, выходящего из него с сушильным агентом, $dQ_{КОНВ}^{ВЫХ} = = mct_{ВЫХ} d\tau = mc\left(t_{ВХ} + \frac{\partial t}{\partial x}dx\right)d\tau$, где $m = v\rho = wS\rho$, где v – объемный расход, м^3/с; ρ – плотность, кг/м^3; w – скорость, м/с.

В соответствии с приведенным выше допущением, количество тепла, вносимое в элемент с сушильным агентом за счет диффузионного переноса через сечение S за время $d\tau$, представим формулой $dQ_{ДИФФ}^{ВХ} = -\lambda_П \frac{\partial t}{\partial x} S d\tau$.

Тогда количество тепла, унесенное из элемента с сушильным агентом за счет диффузионного переноса через сечение S за время $d\tau$, определится выражением $dQ_{ДИФФ}^{ВЫХ} = -\lambda_П \left(\frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}dx\right) S d\tau$. Отсюда количество тепла, оставшегося в элементе за счет разницы входящего и выходящего тепла, передаваемого теплопроводностью, будет равно $dQ_{ТЕПЛ} = dQ_{ТЕПЛ}^{ВХ} - - dQ_{ТЕПЛ}^{ВЫХ} = -\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx S d\tau$. Количество тепла, оставшегося в элементе за счет разницы входящего и выходящего конвективных потоков сушильного агента, составит:

$$dQ_{ТЕПЛ} = dQ_{КОНВ}^{ВХ} - dQ_{КОНВ}^{ВЫХ} = -wS\rho c\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dx d\tau . \qquad (2)$$

Количество тепла, оставшегося в элементе за счет разности диффузионной составляющей процесса на входе и выходе, определится уравнением

$$dQ_{ДИФФ} = dQ_{ДИФФ}^{ВХ} - dQ_{ДИФФ}^{ВЫХ} = \lambda_П \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx S d\tau .$$

Тогда общее изменение количества тепла по направлению потока составит

$$dQ_{ВНЕС} = \qquad (3)$$

$$= -wS\rho c \frac{\partial t}{\partial x} dx d\tau + \lambda_П \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx S d\tau + \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx S d\tau .$$

Кроме этого, изменение количества тепла в потоке связано с отдачей его высушиваемому материалу. Поскольку тепло от сушильного агента к материалу отдается путем теплоотдачи при стационарном режиме, то это количество тепла можно для элементарного объема Sdx определить через объемный коэффициент теплопередачи K_V, Вт/(м^3·К): $dQ_{ЭЛ} = K_V \cdot S \cdot dx \cdot \Delta t \cdot d\tau$. Здесь Δt – разность температур между сушильным агентом и материалом, которая определяет процесс теплоотдачи. Ввиду того, что на расстоянии dx температуры сушильного агента и материала изменяются на бесконечно малые величины, то эти температуры можно считать постоянными величинами $\Delta t = t - t_М$. Отсюда $dQ_{ЭЛ} = K_V \cdot S \cdot dx \cdot (t - t_М) \cdot d\tau$.

При составлении уравнения теплоотдачи тепловыми потерями в окружающую среду пренебрегаем, тогда количество тепла, внесенное в элемент потоком, равно количеству тепла, воспринятого материалом, находящимся в данном элементе:

$$dQ_{ВНЕС} = dQ_{ЭЛ} . \qquad (4)$$

Раскрывая величины в этой формуле через формулы (2) и (3), получим

$$-wS\rho c \frac{\partial t}{\partial x} dx d\tau + \lambda_П \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx S d\tau + \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx S d\tau =$$

$$= K_V \cdot S \cdot dx \cdot (t - t_M) \cdot d\tau .$$

После упрощения имеем

$$-w\rho c \frac{\partial t}{\partial x} + (\lambda_П + \lambda) \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = K_V \cdot (t - t_M). \qquad (5)$$

Дифференциальное уравнение второго порядка (5) дает связь температуры сушильного агента с длиной пути его перемещения. Для его решения необходимо знать изменение температуры материала по длине сушильного барабана, которая зависит от хода процесса сушки.

Уравнение (5) можно решить численно, разбив анализируемую зону на отдельные ячейки и принимая, что температура материала в каждой отдельной ячейке постоянна, рассчитанная в соответствии с конкретным режимом сушки, но меняющаяся от ячейки к ячейке. В соответствии с этим свойства материала по длине ячейке постоянны. Ввиду незначительного изменения температуры и влагосодержания сушильного агента в ячейке принимаем его скорость постоянной. В соответствии с этим для решения уравнения (5) разобьем путь движения потока в отдельной зоне на ряд бесконечно малых отрезков одинаковой длины и определим распределение температуры сушильного агента по длине зоны, используя метод прогонки. Для этого проведем замену производных конечными разностями с приведением уравнения к неявной схеме расчета: $\frac{dt}{dx} = \frac{t_i - t_{i-1}}{\Delta x}$,

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = \frac{d\left(\frac{dt}{dx}\right)}{dx} = \frac{\Delta[f'(x)]}{\Delta x} = \frac{[f'(x)]_{КОН} - [f'(x)]_{НАЧ}}{x_{КОН} - x_{НАЧ}} =$$

$$= \frac{-\frac{t_i - t_{i-1}}{\Delta x} + \frac{t_{i+1} - t_i}{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{2t_i - t_{i-1} - t_{i+1}}{\Delta x^2} .$$

Тогда выражение (5) в конечных разностях будет иметь вид

$$-w\rho c \frac{t_i - t_{i-1}}{\Delta x} - (\lambda_П + \lambda) \frac{2t_i - t_{i-1} - t_{i+1}}{\Delta x^2} = K_V (t_i - t_M). \quad (6)$$

Объединяя постоянные величины константами $A = -\frac{\rho wc}{\Delta x}$, $B = -\frac{\lambda_П + \lambda}{\Delta x^2}$, получаем

$$t_i (A - 2B - K_V) = At_{i-1} + Bt_{i-1} + Bt_{i+1} - K_V t_M . \qquad (7)$$

Решая относительно t_i, имеем

$$t_i = \frac{At_{i-1} + Bt_{i-1} + Bt_{i+1} - K_V t_M}{A + 2B - K_V} . \qquad (8)$$

Аппроксимируя связь между температурами текущей и предыдущей точки (на границах отрезка) линейной зависимостью, представим ее для точки i следующим выражением:

$$t_i = A_i \cdot t_{i+1} + B_i , \tag{9}$$

а для предыдущей точки $i-1$

$$t_{i-1} = A_{i-1} \cdot t_i + B_{i-1} . \tag{10}$$

Подставив выражение (10) в (8), имеем

$$t_i = \frac{A \cdot B_{i-1} + B \cdot B_{i-1} + Bt_{i+1} - K_V t_M}{A + 2B - K_V - A \cdot A_{i-1} - B \cdot A_{i-1}} . \tag{11}$$

Сопоставляя уравнение (9) и (11), получаем

$$A_i = \frac{B}{A + 2B - K_V - A \cdot A_{i-1} - B \cdot A_{i-1}} ,$$

$$B_i = \frac{B_{i-1}(A+B) - K_V t_M}{A + 2B - K_V - A \cdot A_{i-1} - B \cdot A_{i-1}} .$$

Для расчета коэффициентов A_i и B_i необходимо знать константы A, B и коэффициенты предыдущей точки A_{i-1} и B_{i-1}, а также температуру материала t_M, которую определяем по состоянию сушильного агента на входе в анализируемую зону. В соответствии с уравнением (9) и известной температурой сушильного агента на входе t коэффициент $A_1 = 0$, а $B_1 = t$.

Выполнение решения задачи методом прогонки связано с тем, что граничные условия заданы только исходной температурой в начале (на входе в сушилку). В связи с этим предполагается использовать метод последовательного уточнения решения при первом произвольном задании конечной температуры с последующим уточнением этой температуры повторными расчетами до требуемой точности.

Первое произвольное значение конечной температуры сушильного агента принималось на несколько градусов ниже начального, и производился расчет распределения этой температуры. Эта кривая имела минимум на участке, близком к концу ячейки. Затем производилось первое уточнение кривой при задании конечного значения, взятого из минимума предыдущего расчета. Чаще всего это уточнение тоже имело минимум, и расчет повторялся до тех пор, пока минимум не уходил за пределы длины ячейки, и два последовательных расчета обеспечивали погрешность, удовлетворяющую заданной точности. Попытки задать расчет с температурой на один градус ниже этого решения приводили к получению кривой с неестественным перегибом вниз в конце ячейке, что подтверждает корректность решения.

Эту методику можно также использовать и для тех случаев, когда движение сушильного агента описывается моделью идеального вытеснения, но величину коэффициента продольного перемешивания надо принимать равной нулю.

Литература

1. *Кафаров В.В.* Методы кибернетики в химии и химической технологии. М., 1971. 492 с.

2. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. М., 1969. 824 с.

3. *Фролов В.Ф.* Моделирование сушки дисперсных материалов. Л., 1987. 208 с.

Поступила в редакцию ***15 февраля 2010 г.***